教學觀摩會

教學理念、方法與成果

應用數學系
吳慶堂

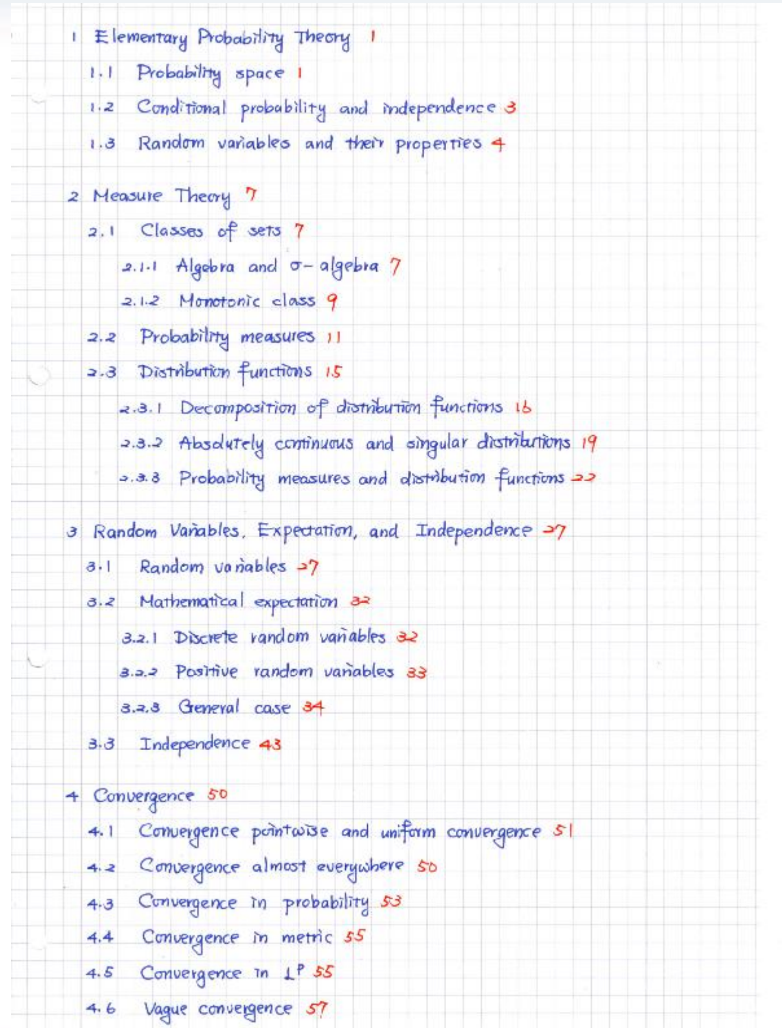
近二年任教之課程

學期	對象	課程名稱	學分
95下	大一	微積分B（二）	4
95下	應數碩	高等機率論(二)	3
96上	應數碩	實變函數論(一)	3
96上	應數碩	財務數學導論	3
96下	應數碩	實變函數論(二)	3
96下	應數碩	財務經濟導論	3

學期	對象	課程名稱	學分
97上	大一	微積分B（一）	4
97上	應數碩	連續時間財務數學(一)	3
97上	應數碩	高等機率論(一)	3
97下	大一	微積分B（二）	4
97下	應數碩	連續時間財務數學(二)	3
97下	應數碩	機率專題	3

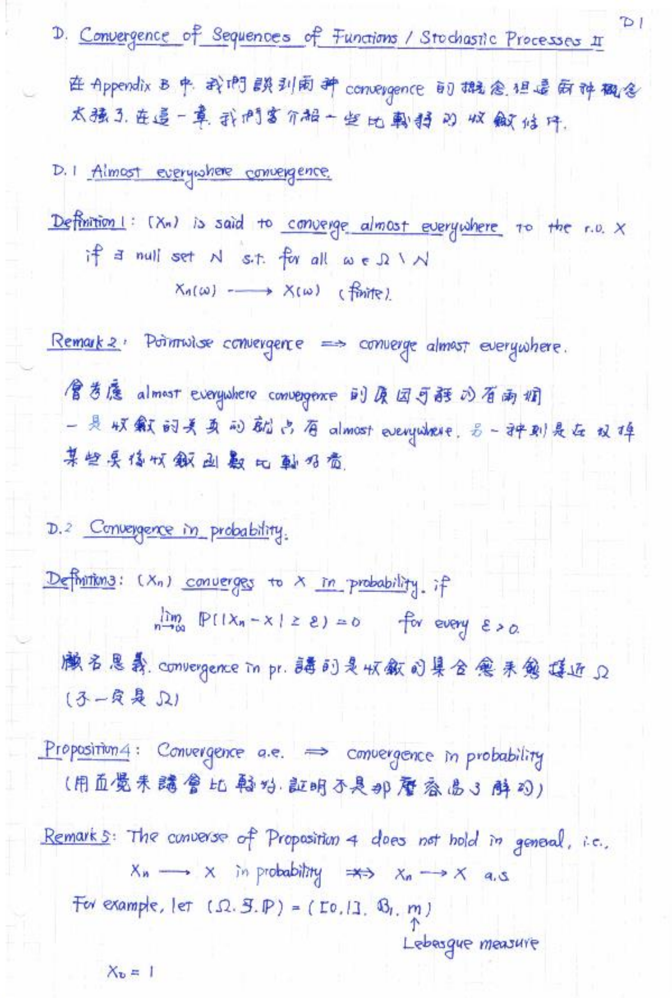
教學理念 (I)

- **充分準備上課筆記與教材：** 自行編排筆記與講義。我深信在專業入門科目遇上盡責的好老師，會讓學生對這個學門產生興趣，更進而吸引更多學生朝這個領域發展。



教學理念 (II)

- **因材施教**：針對授課對象及其反應調整上課內容與速度，以符合大多數學生需求為目的。尤其在教授跨領域課程時，必須針對不同系所的學生在課程上有所安排。為了達成這個目的，必要時，必須額外加課以補強部分學生數學及財金方面相關的基本知識。



D1

D. Convergence of Sequences of Functions / Stochastic Processes II

在 Appendix B 中, 我們談到兩種 convergence 的概念, 但這兩種概念太強了. 在這一章, 我們會介紹一些比較弱的收斂條件.

D.1 Almost everywhere convergence.

Definition 1: (X_n) is said to converge almost everywhere to the r.v. X if $\exists$ null set N s.t. for all $\omega \in \Omega \setminus N$

$$X_n(\omega) \longrightarrow X(\omega) \quad (\text{finite}).$$

Remark 2: Pointwise convergence $\Longrightarrow$ converge almost everywhere.

D.2 Convergence in probability.

Definition 3: (X_n) converges to X in probability, if

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0 \quad \text{for every } \varepsilon > 0.$$

顧名思義, convergence in pr. 講的是收斂的集合愈來愈接近 Ω (不一定是 Ω)

Proposition 4: Convergence a.e. $\Longrightarrow$ convergence in probability

(用直覺來講會比較好. 證明不是那麼容易了解的)

Remark 5: The converse of Proposition 4 does not hold in general, i.e.,

$$X_n \longrightarrow X \text{ in probability } \not\Longrightarrow X_n \longrightarrow X \text{ a.s.}$$

For example, let $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) = ([0,1], \mathcal{B}_1, m)$

Lebesgue measure

$X_0 = 1$

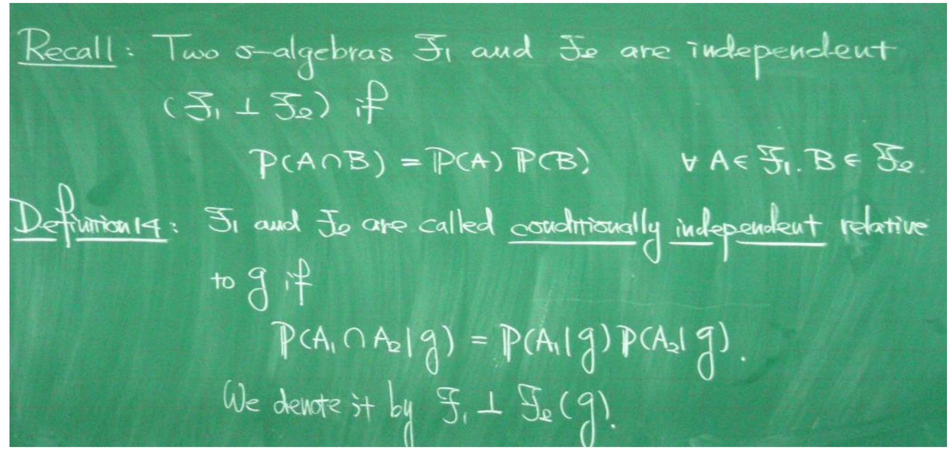
教學理念 (III)

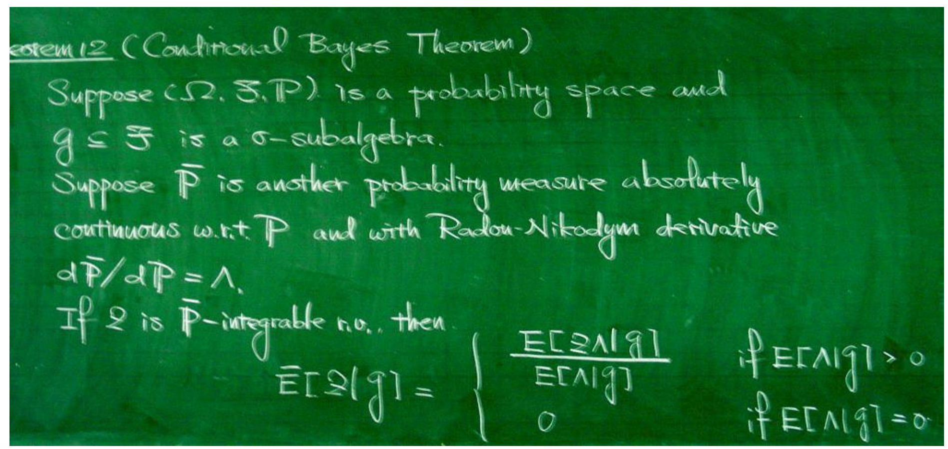
- **定期檢討各個課程教學的優缺點**：針對學生上課反應、學習成果、期中問卷與教學反應問卷修正教學技巧與策略。所有考卷一律自己批改，一來不僅可以知道學生的學習成效，再來也可知悉上課教學的缺失和學生學習方面的死角。

- **不連續兩年教授同一課程**：如此一來，一方面在教學上比較具有挑戰性，另一方面我希冀在教授一個學期的課程後能有時間思考與修改整體課程的缺點 。

教學方法 (I)

- **全程黑板授課，僅於少數情形使用電腦輔助教學：**就數學系的課程而言，理論的推導是非常重要的一環，對於研究所課程更是如此。利用黑板授課不僅可以控制講課速度，學生聽講跟得上進度；另一方面可讓學生有機會抄寫筆記，加深對上課內容的印象。





教學方法 (II)

- 利用大量的例題來解釋複雜或抽象的概念與性質。
- 適時且適當的複習。
- 適量且難度適中的作業。
- 根據課程需求設計不同的評量方式。

<u>**Theorem**</u> **53** (Lemma 9.55(1), (2) & Theorem 9.56). *Let $T \in \mathcal{B}(E)$ be self-adjoint.*

(1) Any eigenvalue of T is real.

(2) Eigenvectors corresponding to distinct eigenvalues of T are orthogonal.

(3) $\|T\| = \sup_{\|x\|=1} |\langle Tx, x\rangle|$.

<u>**Theorem**</u> **54** (Theorem 9.57). *Suppose $T \in \mathcal{B}(E)$ is compact and self-adjoint, then at least one of the numbers $\|T\|$ or $-\|T\|$ is an eigenvalue of T.*

<u>**Theorem**</u> **55** (Theorem 9.59 (Spectral theory) & Theorem 9.60). *Let $T \in \mathcal{B}(E)$. Then T is a compact self-adjoint operator on E if and only if there exist an orthonormal system (φ_n) in E and a sequence of real numbers (λ_k) which is either a finite sequence or converges to 0 such that for all $x \in E$,*

$$Tx = \sum_k \lambda_k \langle x, \varphi_k\rangle \varphi_k.$$

Furthermore, (φ_n) is an orthonormal system eigenvectors of T and (λ_k) is the corresponding eigenvalues.

<u>The spectrum of an operator</u>

Let E be an infinite dimensional Banach space.

<u>**Definition**</u> **56** (Definition 9.61). An operator $T \in \mathcal{B}(E, F)$ is called <u>invertible</u> if there exists an operator $T^{-1} \in \mathcal{B}(F, E)$ such that

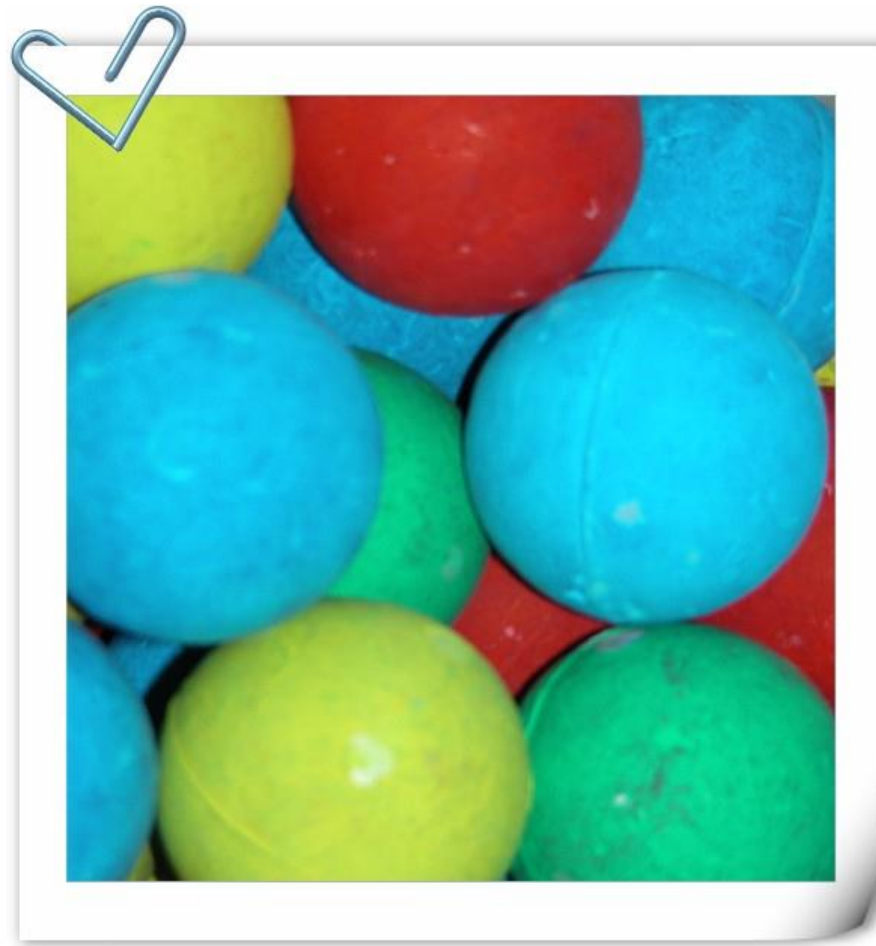
$$\begin{aligned} T^{-1}Tx &= x, && \text{for all } x \in E, \\ TT^{-1}y &= y, && \text{for all } y \in F. \end{aligned}$$

The operator T^{-1} is called the <u>inverse</u> of T.

<u>**Theorem**</u> **57** (Theorem 9.62). *Suppose $T \in \mathcal{B}(E)$ and $\|T\| < 1$. Then*

教學方法 (III)

- **針對課程設計一些小遊戲，以提升學生對課程的興趣：** 利用遊戲增加同學們對課程的興趣與專注力。在機率論、賽局論與財務理論上均有一些簡單有趣的遊戲，這些遊戲不但有一套完整的理論基礎，對基本觀念的理解有莫大的幫助，同時也可增加上課時與同學們的互動。



遊戲設計

- 樂透（機率）

- 兩種選擇：

(A) 1%的機率贏 5000 元;99% 的機率贏0元
(B) 100% 的機率獲得 50元
你會選擇那一個？
兩種選擇：
(A) 1%的機率輸 5000元;99% 的機率輸 0元
(B) 100% 的機率輸50元
你會選擇那一個？
(Expected utility theory/prospect theory)

- 股票遊戲

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
一	+	+	+	+	-	-	-	-	-	+

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
一	+	+	+	+	-	-	-	-	-	+
二	+	-	+	+	+	-	+	-	-	+
三	-	-	+	+	+	-	-	-	-	-
四	+	-	+	+	+	+	-	-	+	+
五	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-

股票遊戲相關之觀念

- Probability
- Randomness
- Random Variable (隨機變數)
- Expectation (期望值)
- Distribution Function (分佈函數)
- Independence (獨立)
- Binomial tree (二元樹)
- Stochastic Process (隨機過程)
- Random Walk (隨機漫步)
- Filtration / Market Information
- Stopping Time
- Stock prices (股票價格)

教學成果 (I)

- **任教之學士班必修課程與全校性共同課程**

學期	課程名稱	開課對象	修課人數	課程整体印象
94上	高等微積分(一)	大二	43	4.46
94下	高等微積分(二)	大二	35	4.57
95上	微積分B（一）	大一	60	3.98
95下	微積分B（二）	大一	59	4.22
97上	微積分B（一）	大一	62	4.11

教學成果 (II)

- 任教之其他(學士班選修及研究所)課程

學期	課程名稱	開課對象	修課人數	課程整体印象
94上	風險管理	應數碩	5	4.60
94下	隨機賽局論	應數碩	27	4.27
95上	高等機率論(一)	應數碩	15	4.21
96上	實變函數論(一)	應數碩	30	4.30

教學成果 (III)

學期	課程名稱	開課對象	修課人數	課程整体印象
96上	財務數學導論	應數碩	30	4.78
96下	實變函數論(二)	應數碩	29	4.74
96下	財務經濟導論	應數碩	52	4.46
97上	連續時間財務數學(一)	應數碩	51	4.55
97上	高等機率論	應數碩	15	4.42

教學成果 (IV)

- 七個學期十四門課總平均得點4.40，近兩年平均得點則為4.45，尤其是研究所課程平均更高達4.54。
- 同一門課程，下學期平均得點比上學期高（如高等微積分、實變函數論），第二次開課比第一次高（如微積分、高等機率論）。
- 絕大多數的學生對老師的教學態度與上課熱忱均表肯定的態度。
- 大多數的學生認為課程難易度適中，這顯示出課程內容編排相當成功。

謝謝指教